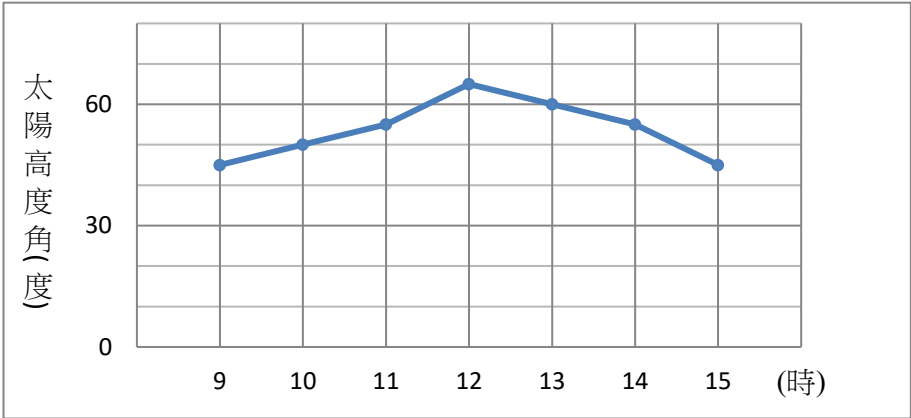
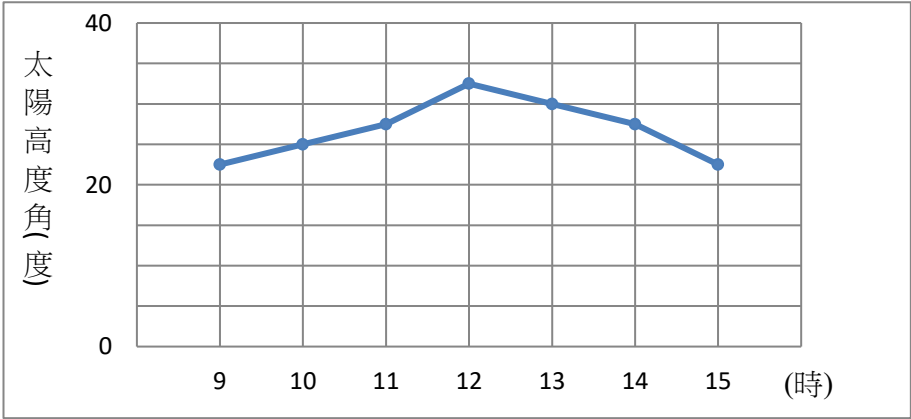


新北市 108 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	4-d-02 能報讀生活中常用的折線圖。	知識向度	統計與機率
評量內涵	能聯絡折線圖與資料訊息，做出正確的判斷。	認知層次	概念理解
試題內容 原命題	<p>自然課時，全班同學到操場觀察某一天中太陽的位置變化，老師依據全班紀錄太陽高度角的數據在黑板上畫了一個「一天中太陽高度角折線圖」（如圖一）。</p>  <p>(圖一)</p> <p>老師發下空白的表格請同學將老師的折線圖畫下來。</p> <p>下圖是<u>小達</u>畫的折線圖(如圖二)，你覺得<u>小達</u>畫得正確嗎？把你判斷的理由寫下來。</p>  <p>(圖二)</p> <div> <div>(1) <u>小達</u>畫的折線圖正確嗎？</div> <div>(2) 我判斷的理由：</div> </div>		

評閱類別 及規準	類別	評閱規準	評閱說明
	2A	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，並以間距所代表的高度角不同說明，雖然折線圖看起來一樣，但是折線圖不同。(註：因本題有圖示可參考，若學生未寫「折線圖看起來一樣」仍為 2A，但完整的論述或原因應包含本句)	<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的。 老師畫的圖高度角一個間距是 10 度， <u>小達</u> 畫的圖高度角一個間距代表的是 5 度，所以 <u>小達</u> 畫的折線圖是錯誤的。
			<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的。 看縱軸整體區間的數值差(0~80、0~40)
	2B	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，理由同時看縱軸和橫軸，以橫軸上同一時刻的高度角做判斷，發現二個圖的數據不同。	<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的。以橫軸上的起始時刻 9 時的高度角來看，老師的紀錄超過 30 度， <u>小達</u> 的紀錄不到 30 度。
			<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的。以圖上的最高點 12 時為基準，發現二個圖的高度角數值不同。
	2X	答題正確，但不屬於上述 AB 類型	
	1A	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，只提出數字不同，說明理由不完整。	<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，因為縱軸的數字標錯。(未明確指出數字如何標錯)
			<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，同時觀察橫軸上同一時刻的高度角發現二個圖不同，但報讀刻度錯誤或單位錯誤。
	1B	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，說明理由不正確或空白。	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，說明理由是太陽的折線應該是一直線。
	1C	能正確判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，但理由是以生活經驗的迷思回答，並非依據折線圖概念判斷。	<u>小達</u> 的折線圖是錯誤的，但是敘寫理由受生活的迷思概念影響，認為 12 時的高度角都是 90 度。
	1X	答題正確，但不屬於上述 ABC 類型	
	0A	認為 <u>小達</u> 的折線圖是正確的，因為二個圖畫得相同。	<u>小達</u> 的折線圖是正確的，說明理由是二個圖長得一樣。
	0B	認為 <u>小達</u> 的折線圖是正確的，因為二個圖的高度角變化趨勢，皆符合一日的高度角變化。	<u>小達</u> 的折線圖是正確的，因為愈接近中午高度角越高。
	0C	認為 <u>小達</u> 的折線圖是正確的，但說明理由空白。	
	0X	其他錯誤類型，但不屬於上述 ABCD 類型	
	99	空白	

## 二、評閱結果：

### (一)本題學生作答情形

類 型	2		1				0					合 計
	2A	2B	1A	1B	1C	1X	0A	0B	0C	0X	99	2949 人
人 數	226	446	1391	157	53	23	299	151	40	102	61	
百 分 比 (%)	7.6	15.2	47.2	5.3	1.8	0.8	10.1	5.1	1.4	2.1	10.1	
人 數	672		1624				653					
百 分 比 (%)	22.8		55.1				22.1					

依據上表學生作答情形來看，2 分類型的學生不到三成，近五成五的學生為 1 分類型，另有近二成的學生為 0 分類型。2 分類型的學生占 22.8 %，其中七成五的學生能正確判斷折線圖有錯誤，並能從縱軸的間隔所代表的高度角不同做說明。另有二成五的學生以橫軸上同一時刻的高度角做判斷，發現二個圖的數據不同作為說明理由。

1 分類型的學生占 55.1%，約八成學生能判斷折線圖錯誤，學生知道縱軸的高度角數字錯誤，但未明確指出數字如何標錯；另有二成的學生理由敘寫不正確，有一成的學生認為只要將小達縱軸上的數值 0、20、40 改成與老師所標示的數字 0、30、60，二個折線圖就會一樣；另有不到一成的學生以個人生活經驗的迷思回答，並非依據折線圖的概念來判斷。0 分類型的學生占 22.14%，其中近六成的學生認為二個圖畫得相同，因而判定小達畫的圖是正確的；有三成的學生依據折線的變化趨勢有符合一日當中高度角的變化作為判斷理由；另有一成的學生判斷小達畫的圖是正確的，但未回答理由。

### (二) 學生答題類型分析

類型	學生作答舉隅(照片)		作答舉隅分析
2A			從二圖縱軸間距所代表的高度角不同，分別是 5 度和 10 度，判斷 <u>小達</u> 的折線圖是錯誤的

	<div data-bbox="199 100 1109 324" data-label="Text"> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確。</p> <p>(2) 我判斷的理由： 小達寫的太陽高度角的角度不正確。老師寫的角度是0到80。小達寫的是0到40度，因此不正確。</p> </div>	看縱軸整體區間的數值差(0~80、0~40)，發現老師和小達所表示的數值不同。
2B	<div data-bbox="199 347 1125 582" data-label="Text"> <p>不正確</p> <p>老師的高度角是45°-50°-55°-65°-60°-55°-45° 而小達的高度角是22.5°-25°-27.5°-32.5°-30°-27.5°-22.5° 小達的高度角不正確。</p> </div>	分別報讀老師和小達二圖折線上所有的高度角，發現數值不同。
	<div data-bbox="199 593 1125 840" data-label="Text"> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：老師的圖12時的時候太陽高度角是60度以上小達是40度以下所以是不正確。</p> </div>	以圖上的最高點12時為基準，發現二個圖的高度角數值不同。
1A	<div data-bbox="199 884 1109 1064" data-label="Text"> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確。</p> <p>(2) 我判斷的理由： 高度角的數字寫錯。</p> </div>	只說明高度角的數字標錯，但未明確指出數字如何標錯。
	<div data-bbox="199 1131 1117 1344" data-label="Text"> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：9時的時候老師的高度角是45度。小達則是25度</p> </div>	同時觀察橫軸上9時的高度角發現二個圖不同，但報讀刻度錯誤，誤將22.5度看成25度。
1B	<div data-bbox="199 1411 1125 1590" data-label="Text"> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確</p> <p>(2) 我判斷的理由： 因太陽的高度角太低我們會燒死</p> </div>	認為太陽的高度角太低會被燒死。
	<div data-bbox="199 1668 1117 1915" data-label="Text"> <p>作答欄：</p> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎? 不正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：因為太陽的折線是一直線。</p> </div>	認為太陽的折線應該是一直線



1C	<p>作答欄：</p> <p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？ 不正正確</p> <p>(2) 我判斷的理由： 因為中午時太陽的高度角不是90度，因為中午時太陽到天頂所成是90度</p>	受生活迷思經驗的影響，認為12時的高度角都是90度。
0A	<p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？ 正正確</p> <p>(2) 我判斷的理由： 他跟老師畫的圖一樣</p>	認為小達的圖跟老師畫得一樣，因此認為小達是正確的。
0B	<p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？</p> <p>(2) 我判斷的理由：一天太陽最高的高度角在中午，圖中最中午時的高度角是畫的最高，所以正確。</p>	認為一天中最最高的高度角在中午，小達畫的圖12時的高度角最高。
0C	<p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？ 正正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：</p>	說明理由空白。
0X	<p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？ 正正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：60是30的2倍，40是20的2倍。兩個只要都是兩倍，就是相等的。</p>	只從二圖縱軸的數字關係做判斷老師出現的數字是0、30、60，小達的是0、20、40，發現數字都是二倍關係。
	<p>(1) 小達畫的折線圖正確嗎？ 正正確</p> <p>(2) 我判斷的理由：因為折線圖要把點點畫在線上，不能把點點畫在格子裡。</p>	認為小達有做到折線圖的刻度是標記在線上，而非畫在格子裡。

## 1. 學生正確的多元解題策略

從2分類型中，可看出學生不同的解題思考，大致上可分為二個面向：

- (1) 少數學生能察覺縱軸的間距所代表的高度角數值不同，老師繪製的折線圖縱軸一個間距高度角為10度，而小達所繪製的折線圖，一個間距代表的高度角為5度，因而正確判斷小達的折線圖錯誤。
- (2) 部分學生能同時觀察橫軸與縱軸的數值，並以橫軸中同一時刻所對應的高度角的不同作為判斷理由：有些以折線起始點開始報讀高度角分別是的22.5度及45度，另有一些是觀察同一時刻9時或12時的高度角發現二圖的數值不同因此判斷小達所繪製的折線圖是錯的。

從這些學生的解題思維來看，學生大致具有報讀折線圖的能力，能掌握數字與折線圖的關係，並了解數字在折線圖上所代表的意義，進而察覺折線圖的差異性，做出正確的判斷。但在敘寫理由時，多數 2A 類型的學生只寫出間距所代表的高度角數值不同，但未能提出「雖然折線圖看起來一樣，只是數值不同」，對於折線圖呈現的樣貌缺乏全面及完整的論述。

## 2. 學生常見的錯誤解題想法

在學生獲得 1 分的作答類型中，發現以下三種想法：

- (1) 多數學生觀察縱軸的數字不同，但只分別說明老師的圖是 0、30、60，小達的圖是 0、20、40；另有少部分的學生認為將小達的數字改成與老師的相同即可，其他還有極少部分的學生報讀刻度錯誤。
- (2) 學生依據自己錯誤的觀點敘述理由，例如：太陽的折線應該是直線、太陽高度角太低會燒死等。
- (3) 以生活經驗的迷思回答，並非依據數學概念做判斷。

這類學生看到數字就直接做出判斷並未完整敘述數字在折線圖上所表示的意義，或者敘寫理由時並非依據數學的概念進行描述。

在學生獲得 0 分的作答類型中，歸納以下想法：

- (1) 多數學生直觀的從圖的趨勢做判斷，認為二個圖長得一樣。
- (2) 部分學生認為二圖的高度角變化趨勢，皆符合一日的高度角變化。
- (3) 另有少部分學生從縱軸數字上發現都是二倍關係，因此判別二圖一樣。

這類學生很明顯只是直觀擷取折線圖的部分訊息做判斷，無法聯絡折線圖與資料訊息之間的關係。

## 三、評量內涵及本題的教學建議：

本題利用自然課的情境，透過記錄高度角的高度，讓學生判斷複製的折線圖是否正確，評量的內涵是能聯絡折線圖與資料訊息，做出正確的判斷。

折線圖是有序的資料，主要表現是資料因時間或事物連續變化所產生的趨勢，橫軸標示的是一個連續的時間，且時間不可調換；而縱軸對應的是時間產生的數值，折線圖的趨勢是時間與數值對應後分布的情形。學生在作答上有困難，一方面是受圖趨勢的影響，而直觀判斷；另一方面學生只看數字，卻未發現「圖雖然看起來一樣」，但是整體資料所顯示的訊息卻完全不同。本題的教學建議如下：

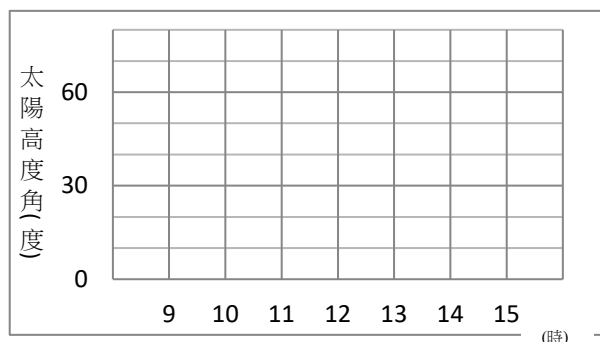
- (一) 協助學生認識數字對應折線圖上各元素之間的關係(橫軸、縱軸、折線趨勢)

折線圖的報讀，若只是將數字讀出來，對學生而言並非難事，但只看數字對於資

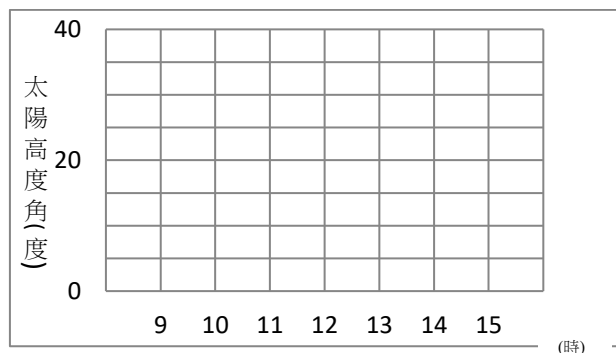
料全面的掌握就會產生問題，因此教學時可分以下二部分進行。

### 1. 探討縱軸間距與圖的關係：

教師進行教學時應帶領學生察覺折線圖間距數值對圖的影響，以本題為例：教師可提供二個間隔數相同，但縱軸數值不同的表格(圖一、圖二)，進行討論與提問，圖一和圖二的縱軸分別是幾度到幾度？每一間隔所代表的數值是否相同？如果將圖二的數字改成與圖一的一樣，對應的高度角會一樣嗎？接著讓學生報讀二個圖每一個間隔的刻度，最後再將圖呈現出來，讓學生察覺圖的趨勢雖然一樣，但是每個時刻對應的數值卻不同。



(圖一)

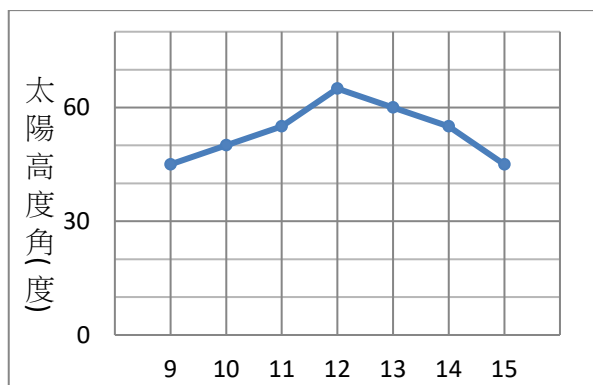


(圖二)

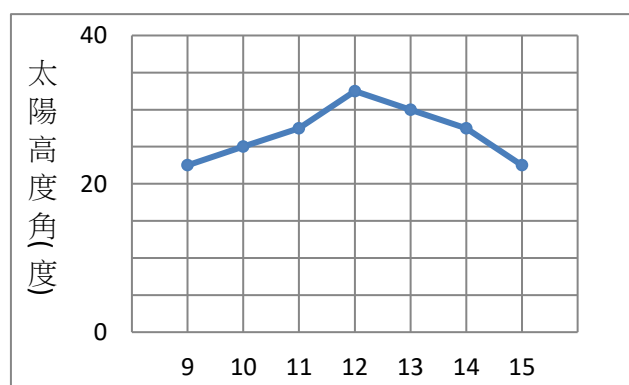
另外，教師也可進一步討論縱軸數字相同但間隔數不同的問題，引導學生學習折線圖時能關注縱軸間距與圖的關係，了解數字背後所要表達的意涵，而非只是正確報讀數字。

### 2. 能透過縱軸、橫軸相互對應了解圖的意義：

折線圖中圖的變化是橫軸與縱軸對應資料後的結果，依據圖的趨勢可幫助我們對資料進行解釋及推論，這是折線圖所具有的特性。為了避免學生受圖的干擾，教師可透過二個趨勢相同的折線圖(圖三、圖四)帶領學生觀察橫軸同樣都是相連的時間序9時~15時，縱軸高度角的數值是0~80度和0~40度，二個圖呈現的整體區間(最低到最高)則不同，圖三的折線起伏變化是45度到65度，圖四則是22.5度到32.5度，雖然圖看起來是一樣的，很明顯二個圖所表達數字意義卻不同。



(圖三)



(圖四)

## （二）加強使用完整的語句表達想法，針對折線圖上數學現象進行描述

從本題學生敘寫的理由來分析，多數學生以「數字標錯」、「要將數字改成和老師一樣」、「格子數不同」來做說明，無法用完整的語句表達想法；另外也有學生受題目情境的影響，認為「中午的時候高度角愈高」、「中午的時候高度角都是90度」、「因為東升西落」、「太陽的折線應該是直線」等生活經驗的迷思或自己錯誤的觀點來回答，並不是針對折線圖上數學現象進行描述。因此，教師進行教學時多用數學語言進行溝通，可加強橫軸、縱軸、折線的變化、間距大小等用語的連結深化學生對折線圖的理解，並鼓勵學生用完整的語句表達想法，幫助學生建立統計思維。